FACULTAD
DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

ÁLGEBRA DE BOOLE

Prof. L. F. Caram

ÁLGEBRA DE BOOLE

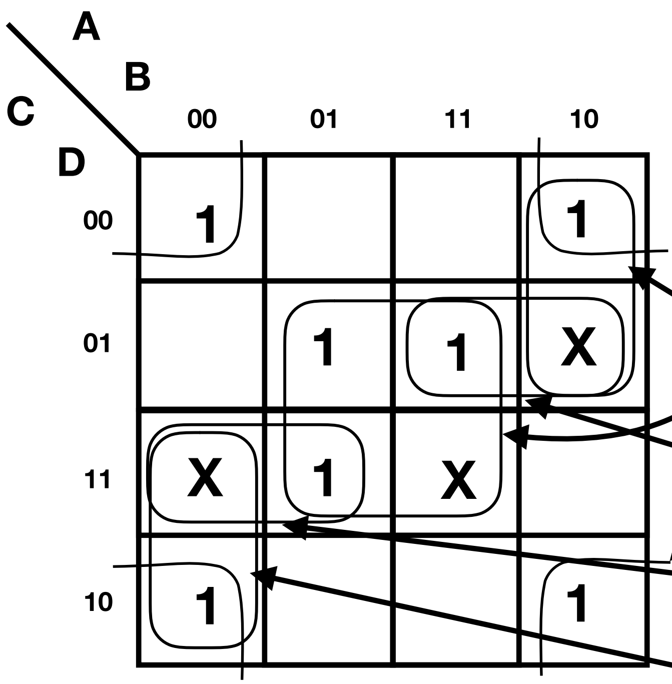
Ejercicio: Aplicando los postulados de Huntington demostrar la siguiente propiedad: $\mathbf{A \cdot A = A}$

$\mathbf{A \cdot A = (A \cdot A) + 0}$	sumo 0
$\mathbf{A \cdot A = (A \cdot A) + (A \cdot \overline{A})}$	0 es igual a $A \cdot \overline{A}$
$\mathbf{A \cdot A = A \cdot (A + \overline{A})}$	saco factor común A
$\mathbf{A \cdot A = A.1}$	$A + \overline{A}$ es igual a 1
$\mathbf{A \cdot A = A}$	$A.1$ es igual a A

ÁLGEBRA DE BOOLE

Ejercicio: Dada la función no totalmente definida: $\mathbf{F(A,B,C,D)} = \sum_{m} (0,\ 2,\ 5,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13) + \sum_{r} (3,\ 9,\ 15)$

a) Hallar todos los IP e IPE, simplificar mediante mapa K por 1's y 0's, obteniendo la función mínima.
b) Decir si la función obtenida en a) es libre de riesgos, justificar la respuesta.
c) Implementar la función obtenida en a) mediante un solo tipo de compuertas.



TIP : Tabla de Implicantes Primos

	0	2	5	7	8	10	13
$a = BD$			v	v			v
$b = \overline{B}\,\overline{D}$	v	v			v	v	
$c = A\overline{B}\,\overline{C}$					v		
$d = A\overline{C}D$							v
$e = \overline{A}CD$				v			
$f = \overline{A}\,\overline{B}C$		v					
	v	v	v	v	v	v	v

$$F_{min} = a + b$$

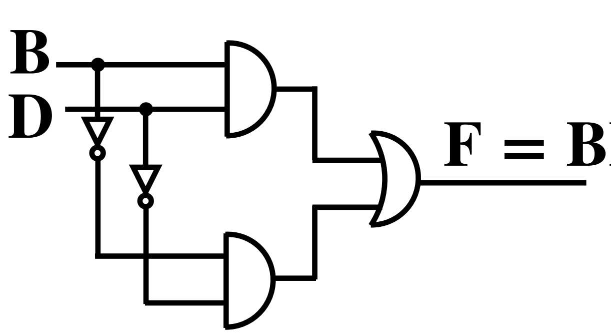
$$F_{min} = BD + \overline{B}\,\overline{D}$$

IP : a, b, c, d, e, f

IPE : a, b

b) La función mínima NO es libre de riesgos, ya que cualquier cambio de B o D pone en riesgo estático la función. Se salva agregando cualquier IP no esencial.

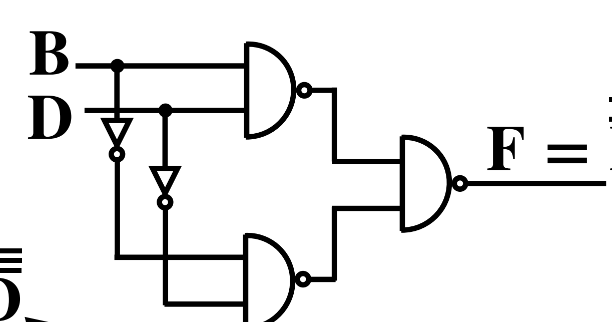
c) Implementación



$F = BD + \overline{B}\,\overline{D}$

$$F = \overline{\overline{F}} = \overline{\overline{BD + \overline{B}\,\overline{D}}}$$

Aplico la Ley de DeMorgan



$F = \overline{\overline{BD} \cdot \overline{\overline{B}\,\overline{D}}}$

ÁLGEBRA DE BOOLE

Ejercicio: Dada la función no totalmente definida: $\mathbf{F(A,B,C,D) = \sum_m (0, 2, 5, 7, 8, 10, 13) + \sum_r (3, 9, 15)}$

a) Hallar todos los IP e IPE, simplificar mediante mapa K por 1's y 0's, obteniendo la función mínima.
b) Decir si la función obtenida en a) es libre de riesgos, justificar la respuesta.
c) Implementar la función obtenida en a) mediante un solo tipo de compuertas.

CD \ AB	00	01	11	10
00		0	0	
01	0			X
11	X		X	0
10		0	0	

TIP

	1	4	6	11	12	14
$\mathbf{a = \overline{B} + D}$		v	v		v	v
$\mathbf{b = B + \overline{D}}$	v			v		
$\mathbf{c = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}}$						v
$\mathbf{d = \overline{A} + \overline{C} + \overline{D}}$				v		
	v	v	v	v	v	v

$\mathbf{F_{min} = a \,.\, b}$

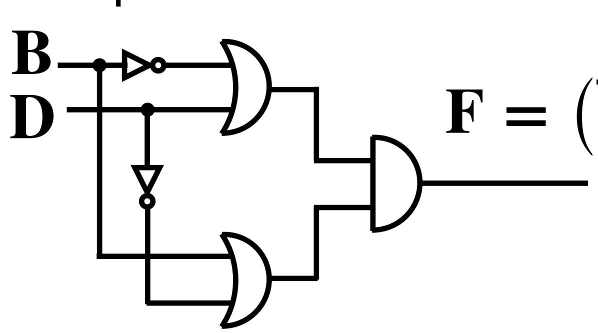
$\mathbf{F_{min} = (\overline{B} + D)\,.\,(B + \overline{D})}$

IP : a, b, c, d

IPE : a, b

b) La función mínima NO es libre de riesgos, ya que cualquier cambio de B o D pone en riesgo estático la función. Se salva agregando cualquier IP no esencial.

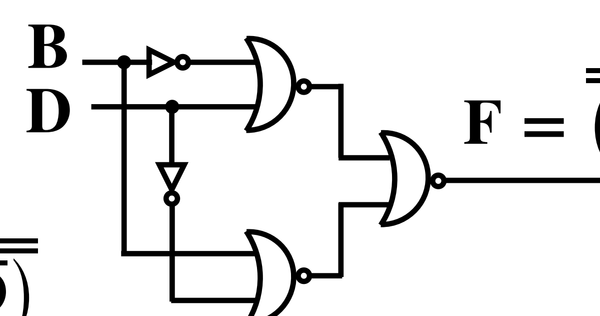
c) Implementación



$$\mathbf{F = (\overline{B} + D)\,.\,(B + \overline{D})}$$

$$\mathbf{F = \overline{\overline{F}} = \overline{\overline{(\overline{B} + D)\,.\,(B + \overline{D})}}}$$

Aplico la Ley de DeMorgan

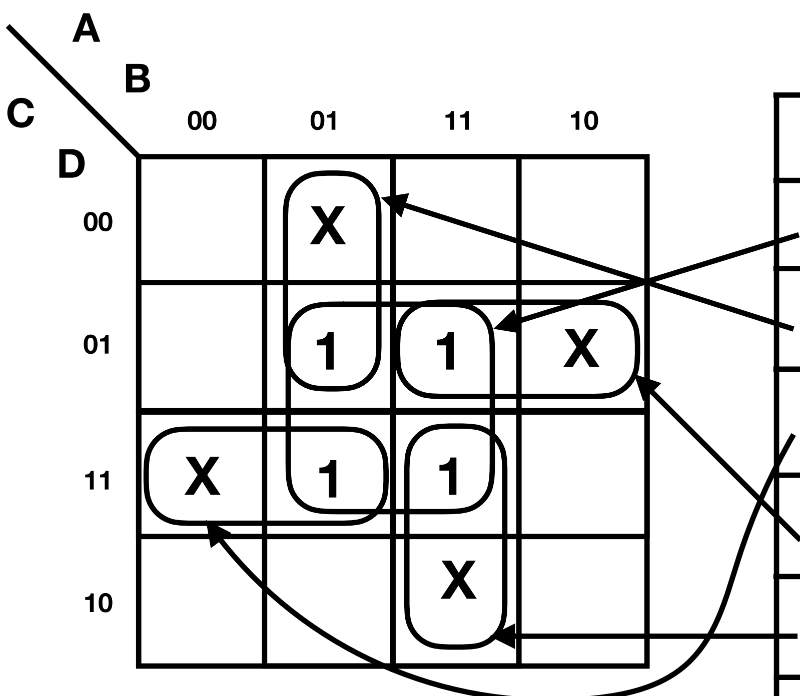


$$\mathbf{F = \overline{(\overline{B} + D)} + \overline{(B + \overline{D})}}$$

ÁLGEBRA DE BOOLE

Ejercicio: Dada la función no totalmente definida: $\mathbf{F(A,B,C,D)} = \sum_{m}(5,\ 7,\ 13,\ 15) + \sum_{r}(3,\ 4,\ 9,\ 14)$

Hallar todos los IP e IPE, simplificar mediante mapa K por 1's y obteniendo la función mínima.



TIP

	5	7	13	15
$a = BD$	v	v	v	v
$b = \overline{A}B\overline{C}$	v			
$c = \overline{A}CD$		v		
$d = A\overline{C}D$			v	
$e = ABC$				v
	v	v	v	v

$$F_{min} = a$$
$$F_{min} = BD$$

IP : a, b, c, d, e

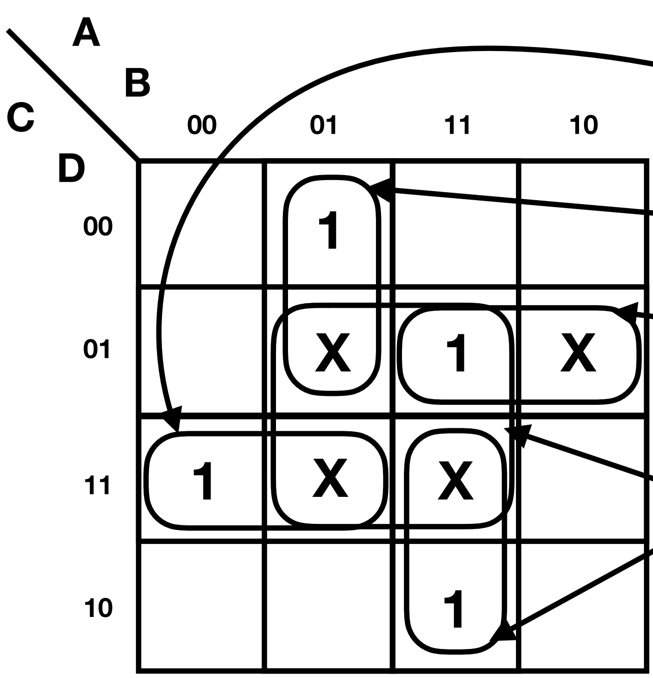
IPE : ninguno

El IP a es un IP **dominante** y la función mínima es única.

ÁLGEBRA DE BOOLE

Ejercicio: Dada la función no totalmente definida: $\mathbf{F(A,B,C,D)} = \sum_{m} (3,\ 4,\ 13,\ 14) + \sum_{r} (5,\ 7,\ 9,\ 15)$

Hallar todos los IP e IPE, simplificar mediante mapa K por 1's y obteniendo la función mínima.



TIP

	3	4	13	14
$a = \overline{A}CD$	v			
$b = \overline{A}B\overline{C}$		v		
$c = A\overline{C}D$			v	
$d = ABC$				v
$e = BD$			v	
	v	v		v

TIPS : TIP Secundaria

	13
$c = A\overline{C}D$	v
$e = BD$	v
	v

IP : a, b, c, d, e

IPE : a, b, d

$$F_{min_1} = a + b + d + c$$

$$F_{min_1} = \overline{A}CD + A\overline{C}D + ABC + A\overline{C}D$$

$$F_{min_2} = a + b + d + e$$

$$F_{min_2} = \overline{A}CD + A\overline{C}D + ABC + BD$$

Cuando queda uno o mas minitérminos sin tomar en la primera TIP, se arma una segunda TIP con los minitérminos que no fueron tomados y los IP que los abarcan. En este caso los IP c y e son **intercambiables**, aqui hay mas de una función mínima.

ÁLGEBRA DE BOOLE

<u>**Ejercicio:**</u> Dada la función no totalmente definida: $\mathbf{F(A,B,C,D)} = \sum_{m}(3,\ 4,\ 9,\ 14) + \sum_{r}(5,\ 7,\ 13,\ 15)$

Hallar todos los IP e IPE, simplificar mediante mapa K por 1's y obteniendo la función mínima.

CD \ AB	00	01	11	10
00		1		
01		X	X	1
11	1	X	X	
10			1	

TIP

	3	4	9	14
$a = \overline{A}CD$	v			
$b = \overline{A}B\overline{C}$		v		
$c = A\overline{C}D$			v	
$d = ABC$				v
	v	v	v	v

Nunca un grupo de redundancias solamente, forman un IP.

IP : a, b, c, d

IPE : a, b, c, d

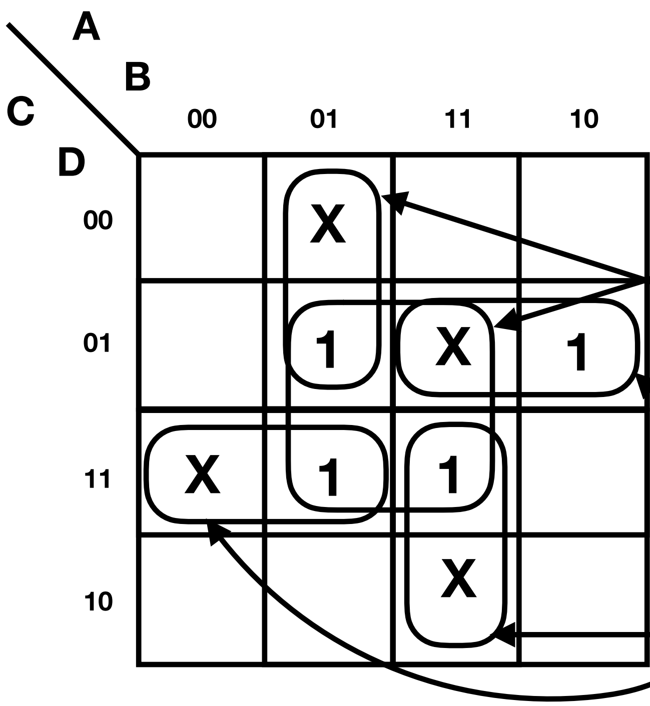
$$F_{min} = a + b + c + d$$

$$F_{min} = \overline{A}CD + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{C}D + ABC$$

ÁLGEBRA DE BOOLE

<u>Ejercicio:</u> Dada la función no totalmente definida: $\mathbf{F(A, B, C, D) = \sum_m (5, 7, 9, 15) + \sum_r (3, 4, 13, 14)}$

Hallar todos los IP e IPE, simplificar mediante mapa K por 1's y obteniendo la función mínima.



$\mathbf{IP : a, b, c, d, e}$

$\mathbf{IPE : d}$

TIP

	5	7	9	15
$\mathbf{a = BD}$	v	v		v
$\mathbf{b = \overline{A}B\overline{C}}$	v			
$\mathbf{c = \overline{A}CD}$		v		
$\mathbf{d = A\overline{C}D}$			v	
$\mathbf{e = ABC}$				v
	v	v	v	v

TIPS

	5	7	15
$\mathbf{a = BD}$	v	v	v
$\mathbf{b = \overline{A}B\overline{C}}$	v		
$\mathbf{c = \overline{A}CD}$		v	
$\mathbf{e = ABC}$			v
	v	v	v

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{F_{min} = d + a} \\ \mathbf{F_{min} = A\overline{C}D + BD} \end{array}}$$

El IP a es un IP **<u>dominante</u>** y la función mínima es única, formada por el IPE d y el IP dominante a.